

浅間山噴火により放出された火山灰の誘電率測定

小口知宏¹・宇田川 宗寛²・難波 典之³・真木雅之⁴・石峯康浩⁵

¹防災科学技術研究所 客員研究員 (関東学院大学工学総合研究所 研究員),
²関東学院大学大学院工学研究科 電気工学専攻, ³関東学院大学工学部 電気電子情報工学科
⁴防災科学技術研究所 水・土砂防災研究部, ⁵防災科学技術研究所 火山防災研究部

Measurements of the dielectric constant of volcanic ash erupted from Asama volcano

T. Oguchi¹, M. Udagawa², N. Nanba³, M. Maki⁴, and Y. Ishimine⁵

¹Guest Researcher, National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention (Researcher, Institute of Science and Technology, Kanto Gakuin University), ²Graduate School of Engineering, Kanto Gakuin University, ³Department of Electrical, Electronic and Information Engineering, Kanto Gakuin University, ⁴Storm, Flood, and Landslide Research Department, National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention, ⁵Volcano Research Department, National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention

1. はじめに

マイクロ波或いはミリ波レーダで火山噴出物の検知, 追跡, 定量化が出来れば防災上極めて有意義である. 事実, かなり前からその可能性の検討, 観測例等が報告されている.⁽¹⁻⁸⁾ 火山灰中の岩石成分 (solid ash) の誘電率は, 噴煙からのレーダ電波の散乱強度を計算するための基本的なパラメータの一つであるが, 測定データは極めて少なく,⁽⁹⁾ とくに我が国の火山についてのデータは無いのではないかとと思われる.

ここではネットワーク・アナライザを用いた浅間山の火山灰についての測定結果について述べる. 測定周波数は 1 GHz から 13 GHz の範囲である. 火山灰は日本大学文理学部地球システム科学科, 宮地研究室から提供戴いたもので, 2004 年 9 月噴火の際に山頂から北北東に 8.8 km ほどの所で採取されたサンプルである. 実験は関東学院大学工学部電気電子情報工学科, 難波研究室においてネットワーク・アナライザ AGILENT 8719ES を使用して行った. 以下, ネットワーク・アナライザを用いた誘電率測定のアラまし, 実験の方法, 火山灰誘電率の測定例, 石 (solid ash) としての誘電率へ変換する方法, 結果の統計処理などについて述べ, 最後に今後検討すべき問題点について述べる.

2. S パラメータと反射係数・透過係数

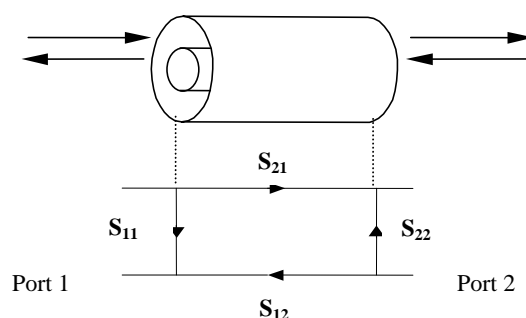


図1 S パラメータの説明図

ネットワーク・アナライザによる誘電率等の物理定数測定では, 図1に示す様な同軸状のサンプル・ホルダー中に被測定サンプルを入れ, Port 1 からの入力信号に対する反射 (S_{11}) と透過 (S_{21}) を測定, 同様に Port 2 からの信号に対する反射 (S_{22}) と透過 (S_{12}) を測定, 被測定物の回路定数 (S パラメータ) を知り, これから誘電率等の物理定数を求める. ネットワーク・アナライザの測定系は同軸線路であるが, 電磁界の構造は, 同軸中心線に垂直な平面内で中心線からの距離 r について $1/r$ になることを除き平面波と同じなので, 平面波についての反射・透過の式がそのま

ま使える。Sパラメータと平面波の反射係数 R と透過係数 T は、 d をサンプル・ホルダーの長さ、 k_0 を自由空間中の伝搬定数として(1)式のような関係がある。即ち、

$$R = S_{11}, \quad T = \frac{S_{21}}{e^{-ik_0d}} \quad (1)$$

S_{11} は反射係数 R そのものであるが、 S_{21} をサンプル・ホルダー長に対する位相回転 $\exp(-ik_0d)$ で割ったものが透過係数 T に対応する。これは、反射・透過係数は媒質の入り口の面が電波の進行方向の基準になっているのに対し、Sパラメータは媒質の入り口と出口が S_{11} 、 S_{21} の基準になっているためである。Port 2 からの入力についても同様の

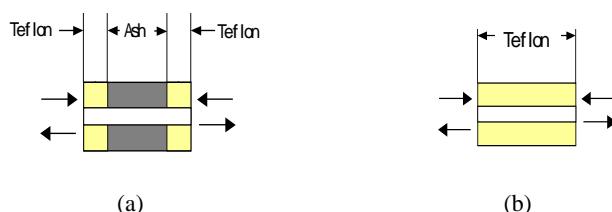


図2 サンプル・ホルダーとサンプル。
(a)火山灰の場合、(b)テフロン及び空気の場合

事が云える。

灰の誘電率測定ではサンプル・ホルダーの中に灰をテフロンのスペーサで挟んで入れ、多層誘電体としての誘電率を測定し、計算によって灰のみの誘電率を求める(図2a)。従ってテフロン単体としての誘電率を前もって測定しておく必要がある。またネットワーク・アナライザの較正のために空気の誘電率測定も行うが、この場合も空気単体としての誘電率測定となる(図2b)。これらのことから、使用する式は自由空間中に1層の誘電体がある場合と、多層の誘電体がある場合の二つが必要になる。これらの式については付録A、Bにそれぞれ示した。

反射係数・透過係数、或いはSパラメータは、サンプルの誘電率・透磁率が分かれば付録A、Bに示した様に計算出来る。一方、測定の場合には逆に、測定された反射係数・透過係数、或いはSパラメータから誘電率・透磁率を求める事になる。付録Aの(A1)、(A2)式は S から ϵ_r, μ_r を求める様に変形することも出来るが、⁽¹⁰⁾ ここでは測定されたSパラメータから誘電率と透磁率を推定するために、非線形最小自乗法である Marquardt 法を用いた。⁽¹¹⁾

即ち ϵ_r, μ_r にもっともらしいと思われるおよその値を初期データとして入力してSパラメータを計算したものと、測定されたSパラメータとの差の二乗和が極小になるように ϵ_r, μ_r の補正値を求め、最終的に、Sパラメータの測定値に近付けた S の計算値に対応する ϵ_r, μ_r を求める。具体的な式については付録Cを参照されたい。

なお、以下の誘電率推定では不安定要素を極力減らすため、火山灰の持つわずかの透磁率は無視、常に $\mu_r = 1$ と置いている。空気、或いはテフロンの誘電率推定でも $\mu_r = 1$ と置いているが、この場合は正しく成立していると云えるであろう。

3. 実験手順及び空気とテフロンの誘電率の測定

今回報告する実験結果は昨年(2019年)の11月29日、12月4日、12月6日、12月11日の4日分のデータに基づくもので、空気、テフロンの誘電率の測定を各1回、火山灰誘電率の測定を各4回行っている。

3.1. 実験の手順

実験の際の各手順を以下 a 項から f 項に纏めておく。

- a. サンプルの乾燥
 - ・小フライパンに灰を入れ数分加熱し、水分を取り除く。
- b. ネットワーク・アナライザの較正
 - ・Averaging: off, IF band 幅: 30 Hz
- c. 空気の誘電率を測定
 - ・測定した空気の誘電率が1気圧、20℃の乾燥空気の比誘電率 1.000536 に近いかを判定する。もし結果が良ければその時の空気のSパラメータ・データをセーブして次に進む。
 - ・もし結果が悪くなければb.のネットワーク・アナライザの較正からやり直す。較正が適正に行われているかの確認には既知の特性を持つデバイスを測定することが有効であるが、⁽¹²⁾ ここではその既知の誘電率として空気の比誘電率 1.000536 を用いる。
- d. テフロンの誘電率の測定
 - ・厚さ約 5mm のテフロン・スペーサを8枚入れて(長さ約 40mm, 実際の長さを正確に測定する) Sパラメータを測定、データをセーブする。
- e. 灰の誘電率と物理量の測定
 - ・細かいサンプル・ホルダー(長さ 40mm)と、灰を挟むための厚さ 5mm のテフロン・スペーサを用意する。
 - ・スペーサの厚さはマイクロ・メータで正確に計る。左右の区別を間違えないようにする。

- ・灰をサンプル・ホルダーに入れ、Sパラメータを測定し、データをセーブする。灰を取り出し重量を測定する。
 - ・サンプル・ホルダーとスペーサの汚れを十分に取る。使った灰のサンプル(sub-specimen)は、元の灰の試料とは別の容器に保存する。
 - ・元の灰の試料から新しい灰のサンプル(sub-specimen)を取り出し、これをホルダーに入れて上と同じ手順で測定を行う。
 - ・これを16回繰り返す。
 - ・一連の測定終了後、水入りメス・シリンダー4本に各6グラムの灰(ほぼ4回分のサンプルに相当)を入れて水面の上昇を測定、灰のみの体積を求める。これから石としての灰(solid dash)の密度を求める。
 - ・この操作を2回、計8回分のデータを取る。
- f. 灰の保存方法
パッキング付きのガラス瓶にに入れて保存する。

3.2. 空気の誘電率測定

空気の誘電率の測定例を図3、4に示す。 (S_{11}, S_{21}) 及び (S_{22}, S_{12}) による測定結果双方を示している。点線は1気圧、20の乾燥空気の比誘電率(1.000536)である。これらの図から、2GHz以下では十分とは云えないが、それ以上の周波数ではアナライザのシステム、キャリブレーションともに満足できるものであることが分かる。

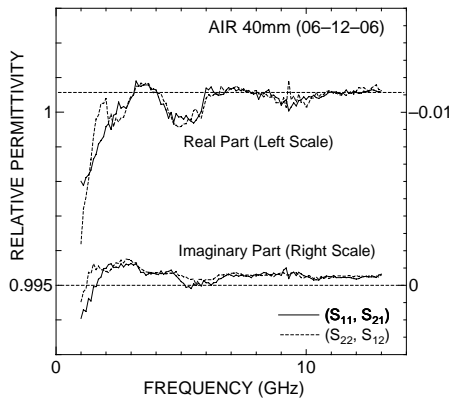


図3 空気の誘電率周波数特性(測定例1)

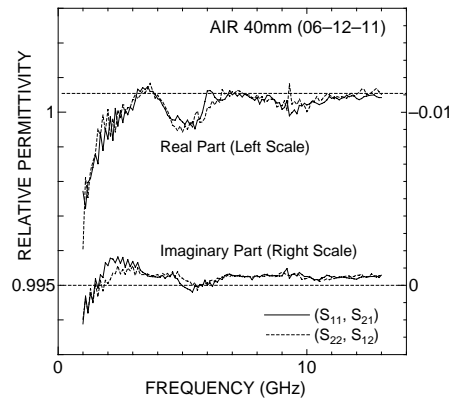


図4 空気の誘電率周波数特性(測定例2)

3.3 テフロンの誘電率測定

テフロンの誘電率の測定結果を図5に示す。これらの曲線は (S_{11}, S_{21}) 、 (S_{22}, S_{12}) 双方の測定結果を平均したもので、4日分全体を示している。

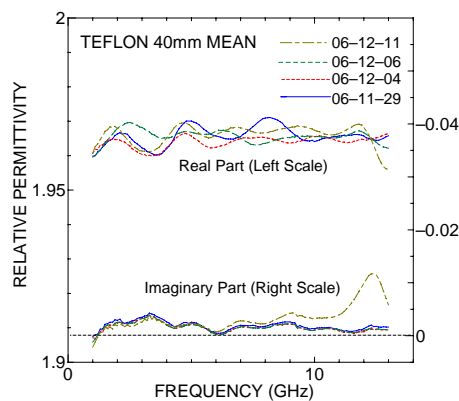


図5 テフロンの誘電率周波数特性測定結果

この周波数範囲ではテフロンの誘電率は周波数依存性が無いとして、各測定日の平均値を火山灰測定の際に用いる。即ち

11月29日	$r = 1.965696 - i0.00191507$	12月04日	$r = 1.963981 - i0.00156860$
12月06日	$r = 1.965629 - i0.001581037$	12月11日	$r = 1.966048 - i0.00336261$

数値の日による違いは、サンプル・ホルダーに 5mm 厚のテフロンを 8 枚重ねて入れる際の隙間の微妙な違い、ホルダーとケーブル・コネクタとの接合状態などの影響が主要なものと考えられる。平均値を用いる事による石 (solid ash) の誘電率推定誤差の可能性については、後の 5.4 節で検討する。なお、テフロンの誘電率は、この周波数範囲では、実数部が 2.01 ~ 2.05 程度と云われているが、^(9,10) 組成や製造過程によってかなりばらつきがあることも知られている。⁽¹³⁾

4. 火山灰の誘電率測定

4.1. 各測定時の灰の物理量

表1に各測定日・測定回ごとの灰重量、体積比、密度を示す。

表1 測定日・測定回ごとの灰の物理量

	06/11/29				06/12/04				06/12/06			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
灰重量(g)	1.414	1.47	1.484	1.576	1.483	1.44	1.494	1.539	1.465	1.553	1.537	1.595
体積比	0.820	0.613	0.675	0.683	0.673	0.633	0.813	0.642	0.550	0.975	0.664	0.685
密度(g/cm ³)	1.839	2.558	2.346	2.462	2.351	2.423	1.959	2.556	2.837	1.699	2.468	2.484

	06/12/11			
	1	2	3	4
灰重量(g)	1.506	1.577	1.54	1.497
体積比	0.654	0.765	0.635	0.615
密度(g/cm ³)	2.455	2.197	2.587	2.595

ここに記されている密度は正しくは石 (solid ash) の密度と云うべきもので、一回の測定ごとに計った物であり、灰の量が少ないため(約 1.5 グラム)、測定ごとに大きく変動している。灰 (solid ash) の密度 (或いは体積比 f_v) は石としての誘電率に変換する際に必要となる量であり、灰の重量、体積と次のような関係で結ばれている。

$$f_v = \frac{M/V}{\rho} = \frac{M/\rho}{V} = \frac{\text{volume of ash}}{\text{total volume}} \quad (2)$$

ただし

- f_v : 粉状サンプル中の石 (solid ash) 部分の体積比
- M : 全体としての重さ
- V : 全体の体積
- ρ : 灰 (solid ash) の密度

4.2. 灰の誘電率測定

図6, 7に11月29日, 12月6日の測定回ごとの灰誘電率周波数特性を示す。テフロンの誘電率の場合と同様、 $(S_{11}, S_{21}), (S_{22}, S_{12})$ の結果を平均した曲線で、以下、この平均周波数特性を灰の周波数特性と考える。上の曲線のグループは実数部(左のスケール)、下のグループは虚数部(右のスケール)である。Sub-specimen ごとに灰の量が異なるため、誘電率の値もかなり異なる。

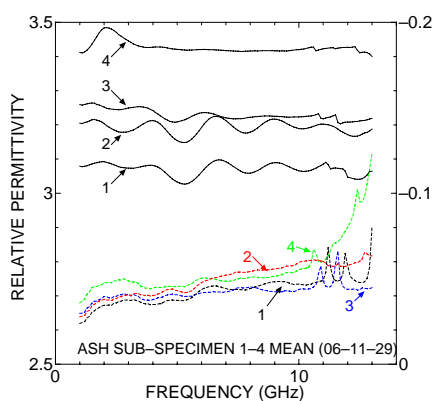


図6 灰の誘電率周波数特性(測定例1)

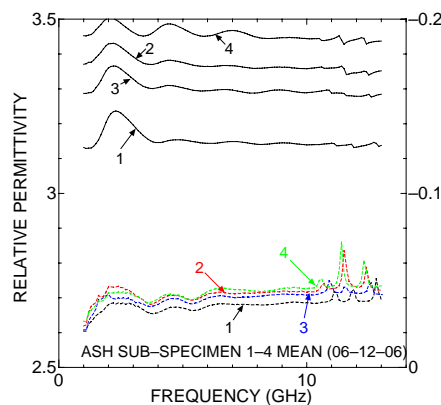


図7 灰の誘電率周波数特性(測定例2)

5. 石(solid ash)の誘電率への変換

5.1. 灰から石(solid ash)への誘電率の変換式

石としての誘電率を求めるには混合誘電体の式を用いる。多くの式が提案され、また研究も続けられているが[例えば、文献(14) - (21)]、簡単なものとしては Böttcher の式がある⁽¹⁹⁾。この式はまた、散乱体が球体の場合の Polder-van Santen の式⁽²⁰⁾、Bruggeman の式⁽²¹⁾と同じである。ここでは、Adams ら⁽⁹⁾の測定結果との比較のためもあり、この式を用いた。いくつかの混合誘電体のモデルについては付録 D を参照されたい。

求めた灰の誘電率 ϵ_{eff} と体積比 f_v の値を下の混合誘電体の式に適用する。

$$\frac{\epsilon_{eff} - \epsilon_b}{3\epsilon_{eff}} = f_v \frac{\epsilon_s - \epsilon_b}{\epsilon_s + 2\epsilon_{eff}} \quad (3)$$

ただし

- ϵ_{eff} : 測定した灰の等価誘電率
- ϵ_b : 背景となる一様媒質の誘電率
- ϵ_s : 散乱体の誘電率(ここでは solid ash の誘電率)

これから solid ash としての誘電率を計算する。

5.2. データの処理方法について

先ず図 6, 7 に示したように、火山灰の周波数ごとの S_{11} , S_{21} から求めた誘電率と、 S_{22} , S_{12} から求めた誘電率の平均を取り、誘電率の平均周波数特性を作る。(Sub-specimen ごとに行う。) 測定しておいた火山灰の密度を用いて、上で求めた火山灰の誘電率の平均周波数特性を石(solid ash)としての周波数特性に変換する。(Sub-specimen ごとに行う。)

この際、石の誘電率は、1) 火山灰密度を各 sub-specimen について計ったものを用いて sub-specimen ごとに計算する、2) Sub-specimen 全体を通じて同じと仮定したものを用いて計算する、の双方について考える。

図 8 の点線は 1) の灰密度(体積比)が sub-specimen ごとに違うとした場合の、1GHz に於ける sub-specimen ごとの誘電率を示す。

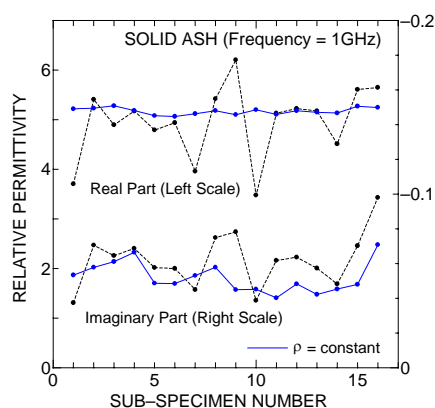


図 8 1 GHz に於ける石の誘電率の sub-specimen ごとの変動。

点線: 灰密度が sub-specimen ごとに違うとした場合、
 実線: 灰密度が全体を通じて同じと仮定した場合

大きな変動は、灰の量が少ないため(約 1.5 グラム)、密度測定の誤差が影響していると思われる。図 8 の実線は、2) の灰密度が全体を通じて同じと仮定した場合の結果である。この結果では、灰測定の際の sub-specimen ごとの重量差が灰の体積比に反映され、石の誘電率の値が一定値に近くなっていることが分かる。従って、以下では灰密度が全体を通じて同じと仮定して計算を行う。

灰密度の測定は、精度 $\pm 0.05\text{ml}$ のメス・シリンダー(スーパー・グレード)を使用して 8 回行った。表 2 に測定結果を示す。

表 2 灰密度の測定結果

Density Data (g/cm ³)				Mean Value(g/cm ³)	Variance	Standard Deviation
2.50,	2.608695,	2.586206,	2.620087,	2.53679	0.00332362	0.0576509
2.479338,	2.50,	2.50,	2.50			

図8では測定量の変動を調べる目的のために、表2に示す8回の密度測定の平均値 2.536790g/cm^3 を用いている。(体積比 f_v の平均値は 0.635 程度である。)

しかし、石の誘電率データの最終的な統計処理では、以下述べるように平均値でなく8回の密度測定値をそれぞれデータとして扱っている。即ち、4日分16回の灰誘電率データに対し、それぞれ8回の密度測定値を使用して石の誘電率データに変換した。従って、周波数ごとに128のデータがある。

5.3. 統計処理後の誘電率

周波数ごとの128データについて、サンプル平均、分散の不偏推定値、標準偏差、平均の信頼区間を求めた。結果を表3に示す。

表3 周波数ごとの石(solid ash)の誘電率のサンプル平均、分散の不偏推定値、標準偏差、平均の信頼区間(信頼水準 99.9%)

Frequency (GHz)	Sample Mean (r and i)		Unbiased Sample Variance (r and i)		Standard Deviation (r and i)		Confidence interval (r and i)	
1.00	5.304183	-0.052863	0.025179	0.000081	0.158678	0.009020	± 0.047307	± 0.002689
2.00	5.421885	-0.081490	0.027839	0.000064	0.166850	0.008019	± 0.049743	± 0.002390
3.00	5.357634	-0.082899	0.026408	0.000077	0.162504	0.008765	± 0.048448	± 0.002613
4.00	5.330206	-0.076634	0.024554	0.000061	0.156696	0.007828	± 0.046716	± 0.002333
5.00	5.310561	-0.079353	0.025025	0.000050	0.158192	0.007044	± 0.047162	± 0.002100
6.00	5.306400	-0.086391	0.024035	0.000102	0.155032	0.010079	± 0.046220	± 0.003005
7.00	5.326270	-0.086540	0.023996	0.000091	0.154905	0.009518	± 0.046182	± 0.002837
8.00	5.296321	-0.088153	0.023754	0.000125	0.154122	0.011194	± 0.045949	± 0.003337
9.00	5.315334	-0.090629	0.023612	0.000120	0.153662	0.010945	± 0.045811	± 0.003262
10.00	5.297068	-0.091084	0.023615	0.000172	0.153673	0.013108	± 0.045815	± 0.003908
11.00	5.303312	-0.098229	0.023293	0.000173	0.152620	0.013144	± 0.045501	± 0.003918
12.00	5.278895	-0.099301	0.023560	0.000397	0.153492	0.019915	± 0.045761	± 0.005937
13.00	5.285899	-0.107199	0.023306	0.001753	0.152664	0.041869	± 0.045514	± 0.012482

平均の信頼区間は、ある信頼水準のもとに Student の t 分布から計算できる。ここでは信頼水準を 99.9%とした。これから真の誘電率の平均値は 99.9%信頼水準のもとで、サンプル平均に対し、実数部では約 ± 0.05 の範囲、虚数部では 1 GHz で ± 0.0027 、13 GHz で ± 0.012 の範囲にあることが分かる。なお、サンプル平均の値は、灰密度の平均値 2.536790g/cm^3 を用いて16の灰データを石の誘電率に変換し、その平均を求めたものほとんど同じである。図9には誘電率のサンプル平均の周波数特性を示す。

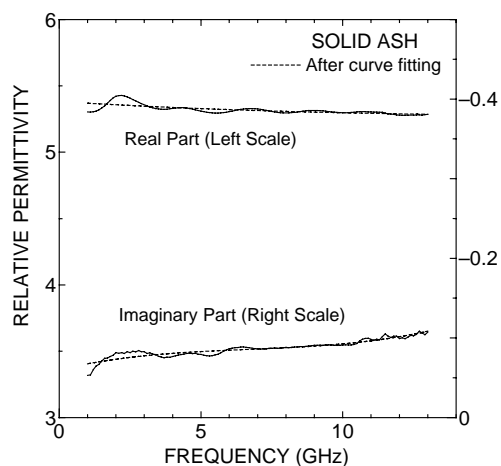


図9 石(solid ash)の誘電率の周波数特性

図の点線は実数部、虚数部共に3次曲線を当てはめたもので、それぞれ

$$y_r = -1.273 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 6.463 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 1.371 \cdot 10^{-2} \cdot x + 5.383$$

$$y_i = -5.307 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 1.063 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 - 8.593 \cdot 10^{-3} \cdot x - 5.991 \cdot 10^{-2}$$

となっている。

表3及び図9から、誘電率の実数部は周波数が高くなるに従ってわずかに減少し、虚数部は、数値そのものは小さいが、明確に増加することが分かる。この事は、緩やかな緩和形の分散の性質を表しているように思われる。

5.4. テフロン誘電率の影響

スペーサとしてのテフロンの誘電率は、3.3 節で述べたように各測定日の周波数領域に於ける平均値を用いた。図5に示した様に、テフロンの誘電率は周波数領域でかなり振動している。振動の周波数間隔を調べると、長さ40mmのテフロン中で波が往復したときに1波長の整数倍になる間隔にほぼ等しい。これから、振動はテフロンの端面・コネクタ接続面からの“不要な”反射が関係していることが推測され、真の誘電率ではないと思われるが、ここでは誘電率の範囲の目安として振動を含め、実数部の最大・最小値を選んでみる。その時の誘電率は、06年11月29日、8.2 GHz、及び06年12月4日、3.2 GHzに於ける値で、それぞれ

$$\begin{aligned} \epsilon_r(\max) &= 1.971096 - i 0.00207880 \\ \epsilon_r(\min) &= 1.959863 - i 0.00344850 \end{aligned}$$

である。これらの誘電率を用い、平均灰密度 2.536790g/cm^3 を用いて石の誘電率の周波数特性を求めたものと、同じく各測定日の周波数領域に於ける平均値を用い、平均灰密度のもとで石の誘電率に変換したものとを測定日ごとに調べると、後者の石の平均誘電率からのずれは、周波数領域に於いて、最大

$$\begin{aligned} \text{実数部で} & +0.009 \sim -0.0105 \\ \text{虚数部で} & +0.0028 \sim -0.0018 \end{aligned}$$

程度であることが分かる。この値を表3の信頼区間の数値と比べてみると、実数部ではかなり小さいが、虚数部では同程度の大きさになっている。これらのことを総合して考えると、表3のサンプル平均の信頼度は、実数部では小数点以下1桁、虚数部では小数点以下2桁程度と見た方が安全と思われる。

6. 測定結果についての考察

表4にAdamsら⁽⁹⁾による測定結果と今回の結果を比較したものを示す。Adamsら⁽⁹⁾は6種類の異なった組成の灰サンプルについて誘電率測定を行っているが、ここではそのうち浅間山と同じ安山岩 (andesite) に対する物と、組成は異なるが比較的石の誘電率が近いもう一つの例を引用する。測定は4~19 GHzで行われているが、表4の数値は周波数ごとの値もまとめて平均化した数値の様である。同じ安山岩で比べると、石の誘電率は浅間山の方が小さくなっている。Adamsら⁽⁹⁾の文献では、石の誘電率は火山灰の主要な成分である SiO_2 の割合が増えると減少する傾向が示されている。 SiO_2 の割合の多い(76 wt%)流紋岩 (rhyolite) が浅間山に近い値を示すが、それでも浅間山よりは大きい。Adamsら⁽⁹⁾の文献では誘電率の周波数依存性は得られていないが、5.3 節で述べたように、今回の測定では誘電率の虚数部は明確な周波数依存性を持つことが示されている。

表4 Adamsら⁽⁹⁾の測定結果と今回の測定結果の比較

Volcano	Composition	SiO_2 , wt%	Relative permittivity	
			Ash sample	Solid ash
Crater Peak/Spurr Alaska ⁽⁹⁾	andesite	56	2.542 - i 0.0333	6.109 - i 0.136
Atitlan, Guatemala ⁽⁹⁾	ryolite	76	2.823 - i 0.0287	5.649 - i 0.084
Mt. Asama, Japan	andesite	61*	(3.1~3.5) - i (0.03~0.05)**	5.30 - i 0.052 (1 GHz) 5.28 - i 0.107 (13 GHz)

*浅間山の火山灰組成は文献(22, 23)から引用した。

** 数値はサンプル・ホルダー中の灰の量に依存する。

次にUlabyら⁽¹⁴⁾の本から石 (solid rock) の誘電率の測定結果の三例を引用し表5に示す。このうち、安山岩 (andesite) の誘電率は今回の浅間山の測定結果にかなり近く、周波数が高くなると実数部がわずかに減少し、虚数部が明確に増加するという傾向も示している。花崗岩 (granite) の結果もかなり近い値になっている。

参考までに、防災科学技術研究所の偏波レーダ周波数 9.375 GHz に於ける、表5及び浅間山の石 (球形) と金属球のレーダ断面積を表6に示す。なお、表5の石については、35 GHz の誘電率をそのまま使用した。ここでは花崗岩 (granite) のレーダ断面積が浅間山のものに近づいている。

表5 石 (solid rock) の誘電率測定結果の比較

Source	Composition	Relative permittivity (Solid rock)	
		0.45 GHz	35 GHz
Mt. Shasta, Calif.	andesite	5.1 - i 0.0204	5.0 - i 0.07
Somerset County, N.J.	basalt	8.0 - i 0.24	8.6 - i 0.602
Quincy, Mass.	granite	5.2 - i 0.1768	5.3 - i 0.1219

Ulaby, F. T., R. K. Moore, and A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing*, Vol. III, pp.2083, Table E.4, Artech House, Inc. 1986, から引用.

表6 9.375 GHz に於ける石 (solid rock) 及び金属球のレーダ断面積

Source	Composition	Radar cross-section (m ²)	
		1 mm diameter	1 cm diameter
Mt. Shasta, Calif.	andesite	9.545629 · 10 ⁻¹¹	4.586521 · 10 ⁻⁵
Somerset County, N.J.	basalt	1.506979 · 10 ⁻¹⁰	5.980032 · 10 ⁻⁵
Quincy, Mass.	granite	1.014718 · 10 ⁻¹⁰	4.459124 · 10 ⁻⁵
Mt. Asama, Japan	andesite	1.016302 · 10 ⁻¹⁰	4.490369 · 10 ⁻⁵
	metal	6.572925 · 10 ⁻¹⁰	2.834323 · 10 ⁻⁴

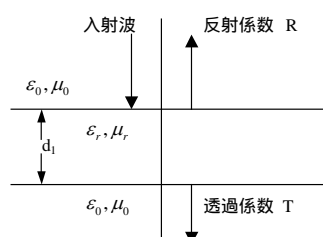
7. おわりに

ネットワーク・アナライザを用い浅間山の火山灰の誘電率を測定, これから石 (solid ash) としての誘電率を求めた. その結果, 平均誘電率は 1 GHz で 5.30 - i 0.052, 13 GHz で 5.28 - i 0.107 となり, 周波数依存性を含め, Ulaby ら⁽¹⁴⁾ による同じく安山岩 (andesite) の誘電率にかなり近く, また今回の測定と同じく灰から石の誘電率に変換している Adams ら⁽⁹⁾ の結果ともそれほど大きな違いは無いことが分かった. Adams ら⁽⁹⁾ の結果のうち, 浅間山と同じ安山岩 (andesite) に対するものより流紋岩 (rhyolite) に対する結果の方がより近くなっているのは SiO₂ の割合によるのかも知れない.

今後検討すべき課題は, 火山灰に適用するためのより良い混合誘電体理論のさらなる調査, テフロン誘電率を考慮した石の誘電率のより良い誤差範囲の推定, 浅間山以外の火山灰についての誘電率測定と, それに基づく灰組成と誘電率との関係の明確化, などである.

付録 A: 1枚の誘電体板に対する平面波の反射・透過

スペーサがない場合の式であり, サンプルが空気或いはテフロンの場合に相当する. 図 A1 に示す様に自由空間中, 上方から平面波が厚さ d_1 , 媒質の比誘電率 ϵ_r , 比透磁率 μ_r の媒質に入射したとき, 反射係数 R 及び透過係数 T は, それぞれ (A1), (A2) 式で与えられる.^(24,25)



$$R = R_{01} \frac{1 - e^{-i2k_0\sqrt{\mu_r\epsilon_r}d_1}}{1 - R_{01}^2 e^{-i2k_0\sqrt{\mu_r\epsilon_r}d_1}} \quad (A1)$$

$$T = \frac{4\sqrt{\mu_r\epsilon_r}}{(\sqrt{\mu_r} + \sqrt{\epsilon_r})^2} \frac{e^{ik_0(1-\sqrt{\mu_r\epsilon_r})d_1}}{(1 - R_{01}^2 e^{-i2k_0\sqrt{\mu_r\epsilon_r}d_1})} \quad (A2)$$

図 A1 1枚の誘電体板に対する平面波の反射・透過

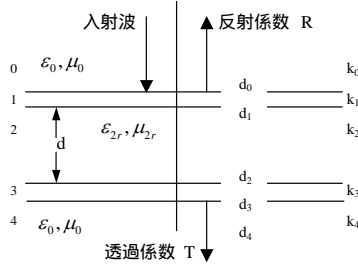
ただし $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, $R_{01} = \frac{\sqrt{\mu_r} - \sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\mu_r} + \sqrt{\epsilon_r}}$ (A3)

また, λ は自由空間中での波長である.

付録 B: 多層誘電体板に対する平面波の反射・透過

灰をテフロンのスペーサで挟んだ場合の式で, 図 B1 に示す様に, 各層の伝搬定数 (k), 厚さ (d), 媒質定数 (ϵ_r, μ_r)

μ)に0から4まで添え字 m で番号付けすると、以下のような関係がある。(24,25)



$$k_m = k_0 \sqrt{\mu_{mr} \epsilon_{mr}} \quad (B1)$$

$$R_{m(m+1)} = \frac{\mu_{(m+1)r} k_m - \mu_{mr} k_{(m+1)}}{\mu_{(m+1)r} k_m + \mu_{mr} k_{(m+1)}} \quad (B2)$$

図B1 多層誘電体板に対する平面波の反射・透過

$$\mathbf{B}_{m(m+1)} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\mu_{mr} k_{(m+1)}}{\mu_{(m+1)r} k_m} \right) \begin{pmatrix} e^{ik_{(m+1)}(d_{m+1}-d_m)} & R_{m(m+1)} e^{-ik_{(m+1)}(d_{m+1}-d_m)} \\ R_{m(m+1)} e^{ik_{(m+1)}(d_{m+1}-d_m)} & e^{-ik_{(m+1)}(d_{m+1}-d_m)} \end{pmatrix} \quad (B3)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{01} \mathbf{B}_{12} \mathbf{B}_{23} \mathbf{B}_{34} \quad (B4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T e^{-ik_4 d_4} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (B5)$$

これから、求めるべき透過係数と反射係数は

$$T = \frac{1}{B_{11}} e^{ik_4 d_4} \quad (B6)$$

$$R = \frac{B_{21}}{B_{11}}$$

で与えられる。距離 d_4 は、 d_3 より長い適当な数値を入れておけば良い。

付録 C: Marquardt 法による誘電率と透磁率の推定

本報告では測定された S パラメータから誘電率と透磁率を推定するために、非線形最小自乗法である Marquardt 法を用いた。(11) 即ち

$$f_1 = \text{Re} \left[S_{11}(\text{measured}) - S_{11}(\text{calculated}; \epsilon_{r, \text{Re}}, \epsilon_{r, \text{Im}}, \mu_{r, \text{Re}}, \mu_{r, \text{Im}}) \right] \quad (C1)$$

$$f_2 = \text{Im} \left[S_{11}(\text{measured}) - S_{11}(\text{calculated}; \epsilon_{r, \text{Re}}, \epsilon_{r, \text{Im}}, \mu_{r, \text{Re}}, \mu_{r, \text{Im}}) \right] \quad (C2)$$

$$f_3 = \text{Re} \left[S_{21}(\text{measured}) - S_{21}(\text{calculated}; \epsilon_{r, \text{Re}}, \epsilon_{r, \text{Im}}, \mu_{r, \text{Re}}, \mu_{r, \text{Im}}) \right] \quad (C3)$$

$$f_4 = \text{Im} \left[S_{21}(\text{measured}) - S_{21}(\text{calculated}; \epsilon_{r, \text{Re}}, \epsilon_{r, \text{Im}}, \mu_{r, \text{Re}}, \mu_{r, \text{Im}}) \right] \quad (C4)$$

の様な四つの関数を考える。各括弧中の第2項は、 ϵ_r, μ_r を与えて付録 A, B から計算したもので、プログラムのスタートの際は、ここにもっともらしいと思われるおよその値を初期データとして入力しておく。

Marquardt 法は

$$D(x) = \sum_i f_i(x)^2 \quad (C5)$$

を極小とする x を求める方法である。ここで x は $\epsilon_{r, \text{Re}}, \epsilon_{r, \text{Im}}, \mu_{r, \text{Re}}, \mu_{r, \text{Im}}$ を纏めて表したものである。計算を繰り返すごとに $\epsilon_{r, \text{Re}}, \epsilon_{r, \text{Im}}, \mu_{r, \text{Re}}, \mu_{r, \text{Im}}$ の補正値を求め、最終的に、S パラメータの測定値に近付けた S の計算値に対応する $\epsilon_{r, \text{Re}}, \epsilon_{r, \text{Im}}, \mu_{r, \text{Re}}, \mu_{r, \text{Im}}$ を得る。

付録 D: 混合誘電体の誘電率

一様な誘電体中に異なった誘電率を持つ散乱体がランダムに分布しているとき、混合誘電体全体としての等価的な誘電率を求めることは昔から続いている研究テーマの一つである。

印加した電波の波長と散乱体の大きさの関係が任意で、散乱体の密度も濃い(散乱体同士の接触も許す)場合に

は、近接効果を考慮したベクトル波動方程式の解を求める事から出発する必要がある。[例えば、文献(15)]。一方、散乱体の大きさが波長に比べ遙かに小さい場合は準静的な扱いで一樣誘電体中の散乱体について静電ポテンシャルを評価し、これから等価誘電率を求める方法が良く用いられる。

Kärkkäinen らは finite difference 法と周期境界条件を用い、小誘電体球が一樣媒質中にランダムに分布する場合について散乱体のぶつかりを許して数値計算し、これから下記の様な誘電率のモデルを提案している。(18)

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_b}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_b + \nu(\varepsilon_{eff} - \varepsilon_b)} = f_v \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_b}{\varepsilon_s + 2\varepsilon_b + \nu(\varepsilon_{eff} - \varepsilon_b)} \quad (D1)$$

ここで

$$\begin{aligned} \nu(f_v, k) = & (1.27 + 1.43e^{-0.048k}) f_v^2 \\ & + (-2.76 - 0.90e^{-0.043k}) f_v + 2.35 \end{aligned} \quad (D2)$$

$$k = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b} \quad (D3)$$

である。記号は本文(3)式と同じにしてある。(D1)式でパラメータ $\nu = 0$ のとき Maxwell-Garnett の式(26)、 $\nu = 2$ のとき Bruggeman の式(21)、 $\nu = 3$ のとき coherent potential approximation(27)になる。Bruggeman の式は球体の場合、Polder-van Santen の式(20)、Böttcher の式(19)と同じになる。図 D1 に今回の火山灰のパラメータに近い ε_s が 5.3 のとき、散乱体の体積比 f_v に対する等価誘電率 ε_{eff} の値を示す。 ε_b は 1 としている。(Kärkkäinen らの方法(18)は無損失な誘電体を念頭に置いているようである。)

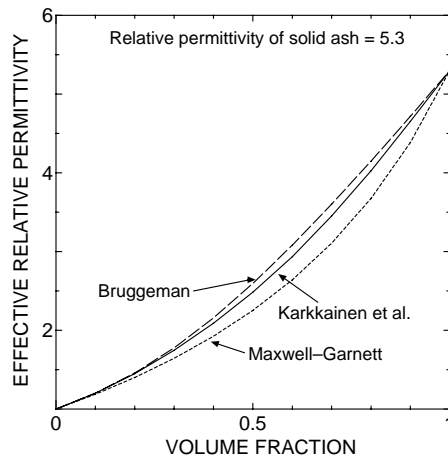


図 D1 散乱体の体積比と等価誘電率との関係

Kärkkäinen らの提案による等価誘電率の値は Bruggeman のものになり近い。逆に、今回の測定のように等価誘電率から散乱体の誘電率を求める場合、等価誘電率を 3.3、灰の体積比を 0.635 として計算してみると、散乱体の誘電率は Bruggeman モデルでは 5.38479、Kärkkäinen モデルでは 5.75957、Maxwell-Garnett モデルでは 7.47583 となる。Bruggeman (Böttcher) モデルと Kärkkäinen モデルでは 0.375 程度の差があるが、本文で述べたようにここでは Adams らの論文(9)との比較もあり、Bruggeman (Böttcher) モデルを採用している。

謝辞

浅間山の火山灰サンプルを提供して戴いた日本大学文理学部地球システム科学科、宮地直道助教授、大野希一博士、本報告を纏めるに当たり、問題提起と多くのコメントを戴いた防災科学技術研究所火山防災研究部、鶴川元雄部長、部内火山談話会のメンバーの方々、関東学院大学工学部電気電子情報工学科、井原俊夫教授、テフロンの誘電率について有益な情報を提供戴いた(株)関東電子応用開発、田原 健代表に謝意を表す。

参考文献

- (1) Harris, D. M., W. I. Rose, Jr., R. Roe, and M. R. Thompson, Radar observations of ash eruptions, in *The 1980 Eruptions of Mount St. Helens, Washington*, edited by Lipman, P. W. and D. R. Mullineaux, U. S. Geological Survey Professional Paper 1250, pp. 323-333, 1981.
- (2) Harris, D. M. and W. I. Rose, Jr., Estimating particle sized, concentration, and total mass of ash in volcanic clouds using weather radar, *J. Geophys. Res.*, vol. 88, no. c15, pp. 10,969-10,983, Dec. 20, 1983.
- (3) 荒生公雄, 岩崎博之, 福井敬一, 早川由起夫, 武田喬男, 降水レーダを用いた雲仙岳火砕流に伴う噴煙の構造の時間変化に関する事例解析, *火山*, vol. 41, no. 4, pp. 149-158, 1996.
- (4) Dubosclard, R. Cordesses, P. Allard, C. Harvier, M. Coltelli, and J. Kornprobst, First testing of a Volcano Doppler Radar (Voldorad) at Mt. Etna, *Geophys. Res. Lett.*, vol. 26, no. 22, pp. 3389-3392, Nov. 15, 1999.
- (5) Maki, M., K. Iwanami, R. Misumi, R. J. Doviak, T. Wakayama, K. Hata, and S. Watanabe, Observations of volcanic ashes with a 3-cm polarimetric radar, 30th International Conference on Radar Meteorology, Munich, Germany, July 18-24, 2001.
- (6) Sawada, Y., Eruption cloud echo measured with C-band weather radar, 2nd Int. Conf. Volcanic Ash and Aviation Safety, Alexandria, VA. Jun. 21-24, 2004.
- (7) Voege, M., M. Hort, and R. Seyfried, Monitoring volcano eruptions and lava domes with Doppler radar, EOS, Transactions, American Geophys. Union, vol. 86, no. 51, Dec. 20, 2005
- (8) Marzano, F. S., G. Vulpiani, and W. I. Rose, Microphysical characterization of microwave radar reflectivity due to volcanic ash clouds, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 44, no. 2, pp. 313-327, Feb. 2006.
- (9) Adams, R. J., W. F. Perger, W. I. Rose, and A. Kostinski, Measurements of the complex dielectric constant of volcanic ash from 4 to 19 GHz, *J. Geophys. Res.* 101, B4, pp.8175-8185, 1996.
- (10) Product Note 8510-3, Materials Measurement, Measuring the dielectric constant of solids with the HP8510 network analyzer, Hewlett Packard Company, August 1, 1985.
- (11) Marquardt, D. W., An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters, *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 11, pp. 431, 1963.
- (12) 石井幹, ネットワークアナライザの最新校正手法 基礎編, Agilent + Microwave Test Seminar, Yokohama, Dec. 13-15, 2006.
- (13) 田原健, マイクロ波ミリ波帯電子材料評価システムと計測結果について (特に共振器摂動法による誘電率温度特性測定), Agilent + Microwave Test Seminar, Yokohama, Dec. 13-15, 2006.
- (14) Ulaby, F. T., R. K. Moore, and A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing*, Vol.III, E-7, p.2081-, Dielectric constant of rocks and powders, Artech House, Inc. 1986.
- (15) Tsang, L. and J. A. Kong, K-H. Ding, and C. O. Ao, *Scattering of Electromagnetic Waves*, Numerical simulations, Chapter 10, p. 495-, Dense media models and three-dimensional simulations, John Wiley & Sons, Inc. 2001.
- (16) Tsang, L. and J. A. Kong, *Scattering of Electromagnetic Waves*, Advanced Topics, Chapter 6, p. 245-, Quasi-chrystalline approximation in dense media scattering, John Wiley & Sons, Inc. 2001.
- (17) Kärkkäinen, K. K., A. H. Sihvola, and K. I. Nikoskinen, Effective permittivity of mixtures: numerical validation by the FDTD method, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol.38, no.3, pp. 1303-1308, May 2000.
- (18) Kärkkäinen, K. K., A. H. Sihvola, and K. I. Nikoskinen, Analysis of a three-dimensional dielectric mixture with finite difference method, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol.39, no.5, pp. 1013-1018, May 2001.
- (19) Böttcher, C. J. F. and P. Bordewijk, *Theory of Electric polarization*, vol.2, Elsevier Science, 1978.
- (20) Polder, D. and J. H. van Santen, The effective permeability of mixtures of solids, *Physica*, vol.12, no.5, pp.257-271, Aug. 1946.
- (21) Bruggeman, D. A. G., Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen, *Ann Phys.*, vol.24, no.5, pp.636-664, 1935.
- (22) 中田節也, 吉本充宏, 小山悦郎, 辻 浩, 卜部 卓, 浅間山 2004 年噴火と過去の噴火との比較による活動評価, *火山*, 50, 5, pp. 303-313, 2005.
- (23) 三宅康幸, 高橋 康, 津金 達郎, 牧野州明, 角前寿一, 西来邦章, 福井喬士, 浅間火山 2004 年 9 月噴火の本質噴出物について, *火山*, 50, 5, pp. 333-346, 2005
- (24) Ulaby, F. T., R. K. Moore, and A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing*, Vol.I, Chapter 2, Artech House, Inc. 1986.
- (25) Kong, J. A., *Electromagnetic Wave Theory*, Chapter III, John Wiley & Sons, Inc. 1986.
- (26) Garnett, J. C. M., Colors in metal glasses and metal films, *Trans. Roy. Soc. London*, vol.203, pp.385-420, 1904.
- (27) Kohler, W. E. and G. C. Papanicolaou, Some applications of the coherent potential approximation, in *Multiple Scattering and Waves*, P. L. Kohler and G. C. Papanicolaou, Eds. New York, Wiley, 1981.pp.199-223.